ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА – 20 април 2019 г.

ВАРИАНТ ВТОРИ

ПЪРВА ЧАСТ

Всяка от следващите 20 задачи има само един верен отговор. Преценете кой от предложените пет отговора на съответната задача е верен. Върху талона за отговори от теста (последната страница) заградете с овал и нанесете кръстче върху тази буква, която считате, че съответства на правилния отговор. Например $\bigotimes$

За всеки верен отговор получавате по 1 точка. За грешен или непопълнен отговор, както и за посочени повече от един отговори на една задача, точки не се дават и не се отнемат.

1. Стойността на израза $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3}-2\right)-\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}$ е:

   а) $-\sqrt{2}$, б) $\sqrt{2}$, в) $2\left(\sqrt{2}-1\right)$, г) $2\left(1-\sqrt{2}\right)$, д) $-2\sqrt{2}$.

2. Стойността на израза $\sqrt{(1-a)(1+a)^{-1}}-\sqrt{(1+a)(1-a)^{-1}}$ при $a=\cos\dfrac{4\pi}{3}$ е:

   а) $-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$, б) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$, в) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$, г) $-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$, д) 0.

3. Ако x_1 и x_2 са корените на квадратното уравнение $x^2-3x+1=0$, то стойността на израза $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$ е:

   а) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{3}$, б) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2}$, в) $\sqrt{5}$, г) 5, д) $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

4. Броят на решенията на системата $\left|\begin{array}{l} x+2y=3 \\ x^2-y^2+2x-2y=0 \end{array}\right.$ е:

   а) 0, б) 1, в) 2, г) 3, д) 4.

5. Броят на целите числа, които са решения на неравенството $\dfrac{x+14}{x+3}>3$, е:

   а) 1, б) 2, в) 3, г) 4, д) 5.

6. Сборът на първите n члена на аритметична прогресия е равен на $5n^2+3n$. Вторият член на прогресията е:

   а) 10, б) 18, в) 20, г) 21, д) 23.

7. Стойността на израза $\dfrac{3\lg 5+\dfrac{1}{2}\lg 64}{10\log_{16} 2}$ е:

а) $\dfrac{5}{6}$, б) $\dfrac{6}{5}$, в) $\dfrac{3}{4}$, г) $\dfrac{1}{2}$, д) $\dfrac{5}{16}$.

8. Кодът на куфар се състои от четири различни цифри. Максималният брой опити, които трябва да се направят, за да се отвори куфара, е:

а) 24, б) 120, в) 210, г) 5040, д) 6000.

9. В таблицата са дадени резултатите на ученици от състезание по математика.

брой ученици	3	15	10	6	4	10	2
точки	5	10	14,5	15	20	22	25

Средният брой точки, получени от учениците, е:

а) 12, б) $13{,}5$, в) 15, г) 16, д) 18.

10. В един клас 16 ученика тренират джудо, 18 тренират волейбол, 8 тренират и двата спорта, а двама не спортуват. Вероятността, случайно избран ученик от класа да тренира и двата спорта, е равна на:

а) $\dfrac{2}{7}$, б) $\dfrac{4}{17}$, в) $\dfrac{2}{9}$, г) $\dfrac{1}{2}$, д) $\dfrac{4}{9}$.

11. Ако $\dfrac{2^a}{2^{-2}}=\sqrt{2}\sqrt[4]{16}:2^{\frac{5}{2}}$, то числото a е равно на:

а) -3, б) 3, в) 1, г) -1, д) 2.

12. Ако $\cos 2\alpha=-\dfrac{7}{8}$ и $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$, то стойността на $\operatorname{tg}\alpha$ е:

а) $-2\sqrt{3}$, б) $\sqrt{17}$, в) $-\sqrt{17}$, г) $-\sqrt{15}$, д) $\sqrt{15}$.

13. В ромб $ABCD$ точка M е среда на AB и $\measuredangle BAD=60^\circ$. Синусът на $\measuredangle DMC$ е равен на:

а) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, б) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, в) $\dfrac{1}{2}$, г) $\dfrac{1}{3}$, д) $\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$.

14. Ако за ΔABC е дадено $AB=5\,cm$, $BC=3\,cm$ и $\measuredangle ABC=120^\circ$, то дължината на височината към AC е:

а) $\dfrac{15\sqrt{3}}{2}\,cm$, б) $\dfrac{15\sqrt{3}}{14}\,cm$, в) $7\,cm$, г) $\dfrac{15}{14}\,cm$, д) $\dfrac{5}{2}\,cm$.

15. В правоъгълен триъгълник височината към хипотенузата е $2cm$ и разделя хипотенузата на отсечки, чиято разлика в дължините е $3cm$. Дължината на хипотенузата е:

а) $5\ cm$, б) $6\ cm$, в) $7\ cm$, г) $8\ cm$, д) $9\ cm$.

16. Ако в ΔABC страната $AB = 2\sqrt{2}\ cm$, а $\measuredangle ACB = 15^\circ$, то радиусът на описаната около ΔABC окръжност в cm е:

а) $2\left(\sqrt{3}+1\right)$, б) $4\left(\sqrt{3}+1\right)$, в) $4\sqrt{2}$, г) $\sqrt{2}$, д) $4\sqrt{6}$.

17. Даден е ΔABC, в който $AB = 8\ cm$, $AC = 5\ cm$, а точка O е център на вписаната в ΔABC окръжност. Ако правата AO пресича BC в точка M и $BM = 2\ cm$, то дължината на BC е:

а) $1,25\ cm$, б) $2,08\ cm$, в) $3,25\ cm$, г) $4\ cm$, д) $4,25\ cm$.

18. В трапец със средна основа $3,5\ cm$ е вписана окръжност. Периметърът на трапеца е:

а) $10\ cm$, б) $11\ cm$, в) $12\ cm$, г) $13\ cm$, д) $14\ cm$.

19. Около прав кръгов цилиндър с радиус на основата $2cm$ и височина $30cm$ е описана правилна четириъгълна призма. Пълната повърхнина на призмата е:

а) $352\ cm^2$, б) $480\ cm^2$, в) $320\ cm^2$, г) $384\ cm^2$, д) $512\ cm^2$.

20. В правилна триъгълна призма $ABCA_1B_1C_1$ основният ръб е $1\ cm$, а височината ѝ е $0,5\ cm$. Разстоянието от върха A_1 до страната BC е:

а) $\sqrt{5}\ cm$, б) $0,25\ cm$, в) $0,5\ cm$, г) $1\ cm$, д) $2\ cm$.

ВТОРА ЧАСТ

*Следващите 10 задачи са без избираем отговор. Върху талона за отговорите от теста (последната страница) в празното поле за отговор на съответната задача запишете само отговора, който сте получили. За всеки получен и **обоснован** верен отговор получавате по 2 точки. За грешен отговор или за непопълнен отговор точки не се дават и не се отнемат.*

21. Да се реши неравенството:

$$3.9^x - 2.3^x - 1 < 0.$$

22. Да се намерят всички решения на уравнението $2\sin^2 2x + \cos^2 x - \sin^2 x = 1,$ принадлежащи на интервала $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

23. Да се намери най-малкият корен на уравнението

$$1+\log_3(x-2)=\log_{x-2}9.$$

24. Числата $1, b, c$, взети в този ред образуват аритметична прогресия, а числата $2, b+1, c+3$, взети в този ред образуват геометрична прогресия. Да се намерят числата b и c.

25. В ΔABC със страни $BC=4cm$ и $AC=6cm$ са построени медианите AA_1 и BB_1, а точка M е неговия медицентър. Ако точките C, A_1, B_1 и M лежат на една окръжност, да се намери дължината на страната AB.

26. Да се намери броят на страните на изпъкнал многоъгълник, ако диагоналите му са 44.

27. В урна има 10 жетона, номерирани с числата от 1 до 10. От урната се изваждат по случаен начин три жетона. Да се намери вероятността сборът от номерата на трите жетона да е равен на 10.

28. Да се намерят най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x)=-x^2+5x-6$ в затворения интервал $[-1;2,8]$.

29. Основата на четириъгълна пирамида $ABCDM$ е квадрат $ABCD$. Околният ръб $DM=8cm$ и е перпендикулярен на основата. Ако радиусът на описаната около пирамидата сфера има дължина $5\,cm$, да се намери дължината на основен ръб.

30. Да се намери броят на целочислените стойности на параметъра a, за които всяко реално число x е решение на неравенството

$$\frac{x^2+ax}{x^2+x+1}<3.$$

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 4 АСТРОНОМИЧЕСКИ ЧАСА

Драги кандидат-студенти, попълвайте внимателно отговорите на задачите от теста <u>само върху талона за отговор (последната страница)!</u>

НА ВСИЧКИ КАНДИДАТ-СТУДЕНТИ ПОЖЕЛАВАМЕ УСПЕХ!

ОТГОВОРИ НА ВАРИАНТ ВТОРИ на ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА – 20 април 2019 г.
за КАНДИДАТ-СТУДЕНТИ от ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

ПЪРВА ЧАСТ

1 а	**2 в**	**3 в**	**4 в**	**5 д**	**6 б**	**7 б**	**8 г**	**9 в**	**10 а**
11 а	**12 г**	**13 д**	**14 б**	**15 а**	**16 а**	**17 в**	**18 д**	**19 д**	**20 г**

ВТОРА ЧАСТ

21. $x < 0$
22. $x = \frac{2\pi}{3}; \pi$
23. $x = \frac{19}{9},$
24. $b = 3; c = 5$
25. $\sqrt{26}\, cm$
26. 11
27. $\frac{1}{30}$
28. $НМС = -12, НГС = \frac{1}{4}$
29. $3\sqrt{2}\, cm$
30. 9